FORSCHUNGSPROFIL PROF. DR. HENNING KEMPKA

1. Einordnung des Forschungsgebietes

Meine Forschungsinteressen liegen hauptsächlich auf dem Gebiet der Analysis, speziell in der Fourieranalysis beziehungsweise der harmonischen Analysis und ganz explizit auf dem Gebiet der Funktionenräume.
Vektorräume kennt man schon aus der Schule, zum Beispiel die Räume $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$ der zwei- und dreidimensionalen Vektoren. Die fundamentale Eigenschaft ist hier, dass diese Räume abgeschlossen sind unter Addition und skalarer Multiplikation:

$$\vec{v} + \vec{w} \in V \text{ für alle } \vec{v}, \vec{w} \in V$$

und

$$\lambda \vec{v} \in V \text{ für alle } \vec{v} \in V \text{ und alle } \lambda \in \mathbb{R}.$$

Diese Vektorräume sind auch mit einem Abstandsbegriff ausgestattet. Mathematisch nennt man diesen Abstand eine **Norm** und in den obigen Beispielen wird üblicherweise die euklidische Norm $\|\vec{v}\|_2 = \|(v_1, \ldots, v_n)\|_2 = \sqrt{v_1^2 + \cdots + v_n^2}$ verwendet.
In **Funktionenräumen** übernehmen jetzt Funktionen mit speziellen Eigenschaften die Rolle der Vektoren. Auch hier kennt man Beispiele aus der Schule, wie den Raum $\mathbb{P}_n$ der Polynome vom Grad höchstens $n \in \mathbb{N}_0$ oder den Vektorraum $C([a,b])$ der stetigen Funktionen $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ (die Summe zweier stetiger Funktionen und das skalare Vielfache einer stetigen Funktion sind wieder stetig), welcher mit der Supremumsnorm

$$\|f\|_\infty = \max_{x \in [a,b]} |f(x)|$$

ausgestattet wird. Auch der Raum Riemann-integrierbarer Funktionen bildet einen Vektorraum.
Der entscheidende Unterschied zu den anfänglichen Beispielen ist, dass Funktionenräume üblicherweise unendlich-dimensional sind (jede Basis der Räume besteht aus unendlich vielen Elementen), und dies macht sie aus mathematischer Sicht besonders interessant.
In den 30 iger Jahren des letzten Jahrhunderts verwendete Sergei Sobolew Vektorräume von Funktionen, welche gleichzeitig Differenzierbarkeits- und Integrierbarkeitsbedingungen genügen, ein. Diese heute nach ihm benannten **Soboleväume** bilden heutzutage die Grundlage der Lösungstheorie für partielle Differentialgleichungen, welche der mathematischen Modellierung zahlreicher physikalischer Vorgänge zu Grunde liegen. Außerdem führt die schwache Formulierung partieller Differentialgleichungen mit Hilfe von Sobolevräumen auch zu numerischen Lösungsverfahren, wie zum Beispiel der Methode der finiten Elemente.
In meiner Forschung befasse ich mit einer Weiterentwicklung dieser Sobolevräume. In diesen **Besov- und Triebel-Lizorkin Räumen** werden auch wieder Funktionen betrachtet, welche gewissen Differenzierbarkeits- und Integrierbarkeitsbedingungen genügen. Desweiteren habe ich meinen Forschungsschwerpunkt auf Funktionenräume

mit variablen Exponenten ausgedehnt und bin sowohl mit der Lehre als auch in der Forschung an dem Gebiet Compressed Sensing interessiert.

2. Spezielle Forschungsinteressen

- Besov- und Triebel-Lizorkin Räume
- Lorentzräume
- Funktionenräume mit variablen Exponenten
- Morrey Räume
  - Charakterisierungen mit Atomen, Molekülen, Wavelets und Differenzen
  - Einbettungen
  - Fortsetzungsoperatoren und Räume auf Lipschitzgebieten
  - Interpolationstheorie
  - Coorbit-Theorie
- Compressed Sensing
  - Volumen von hochdimensionalen Einheitskugeln
  - Maßkonzentrationsungleichungen

3. Wichtige Veröffentlichungen

Literatur

H. Kempka *2-microlocal Besov and Triebel-Lizorkin spaces of variable integrability*, Revista Matematica Complutense vol. **22**, no. 1 (2009), 227–251.

H. Kempka, J. Vybíral *Spaces of variable smoothness and integrability: Characterizations by local means and ball means of differences*, J Fourier Anal Appl. **18**, Issue 4 (2012), 852–891.

H. Kempka, J. Vybíral *Volumes of unit balls of mixed sequence spaces*, Mathematische Nachrichen **290**, Issue 8-9 (2017), 1317–1327.

H. Gonçalves, H. Kempka, J Vybíral *Franke-Jawerth embeddings for Besov and Triebel-Lizorkin spaces with variable exponents*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math. **43** (2018), no. 1, 187–209.

A. Caetano, H. Kempka *Variable exponent Triebel-Lizorkin-Morrey spaces*, submitted 2018.